

文章编号: 1674-8190(XXXX)XX-001-10

## 零件疲劳平均失效率计算方法研究

火建卫<sup>1</sup>, 张亚丹<sup>2</sup>, 谢伟<sup>2</sup>, 冯威<sup>3</sup>

(1. 航空工业第一飞机设计研究院 总体气动设计研究所, 西安 710089)

(2. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

(3. 西安交通大学 航天航空学院, 西安 710049)

**摘要:** 失效率、平均失效率、平均剩余寿命决定了结构的寿命分布和可靠度, 在机械产品的可靠性研究中具有非常重要的作用。基于可靠性度量的基本指标, 推导寿命分布为两参数威布尔分布时疲劳可靠性系数与可靠度的关系, 提出基于疲劳可靠性系数计算结构失效率和平均失效率的方法, 并给出相应的计算过程, 形成不同寿命度量指标下较为简便的计算方法。利用已有的整体搭接壁板结构疲劳寿命试验数据, 采用本文所提方法与传统积分方法对整体搭接壁板结构进行疲劳平均失效率计算和误差分析。结果表明: 所推导的计算公式形式简单, 便于计算, 且具有高度准确性, 对机械结构的 FMECA 以及维修决策的制定具有指导意义。

**关键词:** 可靠性指标; 平均失效率; 疲劳可靠性系数; 疲劳寿命; 维修决策制定

中图分类号: V215.7

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.XXXX.XX.01

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Research on Calculation Method of Fatigue Average Failure Rate

HUO Jianwei<sup>1</sup>, ZHANG Yadan<sup>2</sup>, XIE Wei<sup>2</sup>, FENG Wei<sup>3</sup>

(1. The General Configuration and Aerodynamics Design and Research Department, AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China)

(2. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(3. School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Failure rate, average failure rate and average residual life determine the life distribution and reliability of structures, which play a very important role in the reliability research of mechanical products. Based on the basic index of reliability measurement, the relationship between fatigue reliability coefficient and reliability was deduced when the life distribution is two parameter Weibull distribution. A method for calculating the structural failure rate and average failure rate was proposed based on fatigue reliability coefficient, and the corresponding calculation process was derived. Based on the existing fatigue life test data of integral lap panel structure, the proposed method and the traditional integral method are used to calculate the average failure rate and error analysis of integral lap panel structure. The results show that the formula is simple, easy to calculate, and has the characteristics of high accuracy and reliability. It is of great significance for FMECA and maintenance decision-making of mechanical structure.

**Key words:** reliability index; average failure rate; fatigue reliability coefficient; fatigue life; maintenance decision making

收稿日期: 2022-06-06; 修回日期: 2022-11-13

基金项目: 国家科技重大专项资助(J2019-IV-0017-0085); 高等学校创新引智计划资助(BP0719007)  
陕西省自然科学基金研究计划(2021JQ-005, 2020JZ-06)

通信作者: 谢伟, nwpuxiewei@nwpu.edu.cn

引用格式: 火建卫, 张亚丹, 谢伟, 等. 零件疲劳平均失效率计算方法研究[J]. 航空工程进展, XXXX, XX(XX): 1-10.

HUO Jianwei, ZHANG Yadan, XIE Wei, et al. Research on Calculation Method of Fatigue Average Failure Rate[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, XXXX, XX(XX): 1-10. (in Chinese)

## 0 引言

失效率又称危险率、故障率,指在特定条件下工作到某一时刻仍未发生故障的产品,在该时刻后单位时间内发生故障的概率。通常,人们只能规定相对的可靠度或失效率指标来确保安全,飞机结构的失效率容许值是根据历史上服役飞机发生故障的数据,通过统计、分析后制定的。合适的失效率容许值是民用飞机设计中的一项重要权衡决策,既要考虑技术及经济的可行性又要兼顾社会的可接受性<sup>[1]</sup>。

在决策权衡合适的失效率容许值的过程中,需要提前计算出飞机结构零部件的失效率或者某个寿命指标下的平均失效率,给出影响飞机结构失效率在不同失效阶段的关键影响因素和计算模型或者失效率预测方法。近年来,国内外研究人员从不同角度对失效率进行了研究,施剑玮<sup>[1]</sup>推导了飞机结构可靠性系数与瞬时失效率的关系;李沙金等<sup>[2]</sup>、张德晶等<sup>[3]</sup>深入分析了失效率、瞬时失效率和返修率之间的关系和含义;王正<sup>[4]</sup>研究了基于四要素的机械零部件失效率计算模型,该模型无需依赖产品的失效数据信息,只给出载荷、强度、强度退化规律及寿命指标参数就可以准确地计算出零部件的失效率;董海平等<sup>[5]</sup>提出一种综合考虑航空发动机历史失效数据先验信息和试验数据的 Bayes 方法,对航空发动机的 MTBF 进行评估,可真实反映结构的可靠性水平;杨可等<sup>[6]</sup>利用可靠性数据 MTBF 计算单点失效概率,就大样本量数据及小样本量数据分别提出了两个计算公式;Zhang Xuemei 等<sup>[7]</sup>使用软件可靠性增长模型分析系统测试数据和使用数据的现场失效率预测方法;R. Toscano 等<sup>[8]</sup>针对运行环境的变化,提出了能够实时预测系统可靠性的动态失效率模型;Yang Haisheng 等<sup>[9]</sup>通过疲劳试验验证了双参数威布尔分布理论在 WPCs 疲劳寿命预测和可靠性分析中的适用性;王学敏等<sup>[10]</sup>针对评估和统计数据的不确定性问题,利用概率生成函数,提出了根据权值来获得系统共因失效率的计算方法。在实际中,大多数机械产品和电子产品的使用寿命是以使用次数和加载次数来衡量的,基于此特点,王正等<sup>[11]</sup>运用顺序统计量理论和载荷—强度干涉理论研究了随机载荷多次作用下零件失效率计算模型。在机械产品生产后的可靠性试验验证阶段,

雷春霞<sup>[12]</sup>给出了电子产品两种可靠性加速测试方法以及失效率的评估和预测过程。在建立可靠性分析模型对结构进行可靠性分析方面,诸德培<sup>[13]</sup>根据不同模型的特点和来源进行了总结,综述了飞机结构可靠性和完整性的问题。

上文提及的计算失效率的方法大都通过对现有的试验数据进行统计分析进而得到失效率的表达式,但是这种计算方法在新产品的设计阶段对产品的失效率进行干预和指导产品的可靠性设计较为困难,尤其是试验费用高、样本量小的产品,在相对短的研制周期内很难甚至无法获得足够的产品失效数据<sup>[4]</sup>。

本文基于可靠性度量的基本指标,建立不同寿命度量指标下两种不同的平均失效率计算公式,结合飞机结构在疲劳设计阶段时疲劳可靠性要求,推导疲劳可靠性系数 FRF 与平均失效率的关系,结合算例验证了计算方法的可行性。

## 1 失效率的计算

### 1.1 疲劳可靠性系数(FRF)与可靠度的关系

飞机结构的疲劳寿命  $N$  一般服从对数正态分布或者威布尔分布,一般假设疲劳寿命服从双参数威布尔分布,它的概率密度函数以及可靠度函数为

$$f(N) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{N}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-(N/\beta)^\alpha} \quad (1)$$

$$R(N) = \exp \left[ - \left( N/\beta \right)^\alpha \right] = e^{-(N/\beta)^\alpha} \quad (2)$$

式中: $N$ 为疲劳寿命; $\alpha$ 为形状参数; $\beta$ 为特征寿命。

疲劳可靠性系数(FRF)是波音公司针对飞机结构主要部件疲劳设计的可靠性目标要求引入的一种系数,它在结构的疲劳检查中作为目标寿命的一个放大系数,波音公司飞机结构主要部件的疲劳可靠性系数与结构的设计概念和结构形式、材料等因素相关<sup>[14]</sup>。

确定结构的疲劳可靠性系数,应综合考虑飞机结构效率(结构重量)和成本竞争力两个方面,不因过于保守,使重量明显增加;也不因对影响可靠性的重要因素考虑不足,而导致安全可靠性下降或维护费用的增加。结构的疲劳可靠性系数与结构的设计概念(损伤容限或安全寿命)、结构形

式、材料等因素有关,供使用的最小疲劳可靠性系数如表 1 所示。

表 1 疲劳可靠性系数<sup>[14]</sup>  
Table 1 Fatigue reliability factor<sup>[14]</sup>

设计概念	结构形式	最小疲劳可靠性系数
	易于接近并易于修理	1.0
	不易于接近或不易于修理	1.5
损伤容限	特殊部位(在那些部位,不能预期的早期疲劳裂纹会导致修理和预防性改型,造成较长时间的地面停机)	2.0
	起落架结构	2.0
安全寿命	受地面载荷的铝结构	2.6
	受地面载荷的钛和钢结构	3.7
	受飞行载荷的铝和钛结构	4.0

由 FRF 的定义和式(2)可知可靠度与可靠性系数的关系如式(3)所示。

$$R(N) = 0.95^{FRF^{-\alpha}} \quad (3)$$

公式(3)即结构疲劳寿命  $N$  服从两参数威布尔分布时疲劳可靠性系数 (FRF) 与可靠度的关系式。

对于  $\alpha$  可根据多年大量试验与使用数据分析,取下列数值<sup>[14]</sup>:

$\alpha=4$  对所有铝合金;

$\alpha=3$  对钛合金和钢 ( $\sigma_b$  不超过 1 660 MPa, 或虽高于 1 660 MPa 但应力集中系数小于 2.5);

$\alpha=2.2$  对  $\sigma_b > 1 660$  MPa 而且应力集中系数大于 2.5 的钢结构。

## 1.2 基于疲劳可靠性系数计算结构失效率

在结构的可靠性设计阶段,通常是应用概率统计理论对机械零件或者构件进行可靠性设计,一般包括两种方法:一种是直接法,利用可靠性指标进行结构设计,适用于较简单的结构或者零件;一种是传统设计,且在之后需要应用可靠性的方法进行检验。在飞机结构的疲劳设计阶段,按照疲劳设计概念(基于损伤容限或者安全寿命)给出合适的 FRF 值<sup>[15-18]</sup>,由公式(3)可知,一旦结构的疲劳可靠性系数确定了,该结构的初始疲劳可靠度也就确定了。对于飞机结构从设计、制造到服役阶段,该值给定了飞机结构设计阶段可靠度的先验信息。

下面给出结构零部件在设计阶段失效率的计

算公式。由公式(3)可根据可靠度  $R(N)$  与失效率函数  $\lambda(N)$  之间的关系计算得到零件工作到次数  $N$  时对应的瞬时失效率  $\lambda(N)$ 。

失效率函数为

$$\lambda(N) = \frac{f(N)}{R(N)} = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{N}{\beta} \right)^{\alpha-1} \quad (4)$$

将式(2)中  $N$  与  $R(N)$  的关系代入式(4)可导出其可靠度函数为

$$R(N) = \exp\left(-\frac{\lambda \cdot N}{\alpha}\right) \quad (5)$$

由式(3)和式(5)可知:

$$\lambda(N) = -\frac{\ln 0.95 \cdot FRF^{-\alpha} \cdot \alpha}{N} \quad (6)$$

公式(6)是零件工作到次数  $N$  时对应的瞬时失效率。

结构寿命服从两参数威布尔分布时可靠性主要特征值之间的变换关系如表 2 所示,其中可靠性寿命指标为结构工作时间  $t$ 。

表 2 可靠性主要特征值之间的变换关系  
Table 2 The transformation relationship between the main characteristic values of reliability

原特征值 求特征值	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1}$
$R(t)$	$R(t) = \exp\left(-\frac{\lambda(t) \cdot t}{\alpha}\right) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right)$
$F(t)$	$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right)$
$f(t)$	$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-(t/\beta)^{\alpha}}$

## 2 平均失效率公式推导

在飞机结构零部件实际使用过程中,既有以载荷作用次数作为其寿命度量指标的,也有以工作时间作为其寿命度量指标的,针对单一失效模式的零部件,分别以载荷作用次数  $N$  和时间  $t$  为寿命度量指标,给出结构零部件或者组件平均失效率新的计算公式<sup>[4]</sup>。其中,假设所分析的零件寿命分布均为两参数威布尔分布。

### 2.1 以时间为寿命度量指标时的零部件平均失效率

平均失效率是对零部件失效分布的一种初步

判定。在结构零部件工作时间到  $t$  时,时间段  $(0, t]$  内的平均失效率可用积分表达为:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt \quad (7)$$

失效率函数  $\lambda(t)$  与可靠度函数  $R(t)$  的关系见下式:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (8)$$

$$\Rightarrow R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\bar{\lambda}(t)t} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}(t) = \frac{-\ln R(t)}{t} \quad (10)$$

在时间  $[t_1, t_2]$  内的平均失效率可用积分表达为:

$$\bar{\lambda}_{1-2}(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt \quad (11)$$

上式中:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(t) = \frac{-d \ln R(t)}{dt} \\ \bar{\lambda}_{1-2}(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{-d \ln R(t)}{dt} dt = \\ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} -d \ln R(t) \end{array} \right.$$

可得时间  $[t_1, t_2]$  内平均失效率的计算公式:

$$\bar{\lambda}_{1-2}(t) = \frac{-[\ln R(t_2) - \ln R(t_1)]}{t_2 - t_1} \quad (12)$$

## 2.2 以循环数度量指标时的零部件平均失效率

将式(10)中的工作时间  $t$  用工作次数  $N$  代替,可得:

$$\bar{\lambda}(N) = \frac{-\ln R(N)}{N} \quad (13)$$

当已知或计算得到零部件的疲劳可靠度  $R(N)$  时,可由式(13)计算得到零部件在工作时间  $(0, N]$  内的平均失效率  $\bar{\lambda}(N)$ 。将式(3)代入式(13),也可得到利用疲劳可靠性系数(FRF)计算在工作时间  $(0, N]$  内的平均失效率  $\bar{\lambda}(N)$  的公式(14)。

$$\bar{\lambda}(N) = \frac{-FRF^{-\alpha} \cdot \ln 0.95}{N} \quad (14)$$

将式(12)中的时间  $[t_1, t_2]$  用工作次数  $(N_1, N_2]$  代替,可得在载荷作用次数  $(N_1, N_2]$  内平均失效率的计算公式:

$$\bar{\lambda}_{1-2}(N) = \frac{-[\ln R(N_2) - \ln R(N_1)]}{N_2 - N_1} \quad (15)$$

将式(3)代入式(15),可得利用疲劳可靠性系数(FRF)计算在载荷作用次数  $(N_1, N_2]$  内平均失效率的计算公式:

$$\bar{\lambda}_{1-2}(N) = \frac{(FRF_1^{-\alpha} - FRF_2^{-\alpha}) \cdot \ln 0.95}{N_2 - N_1} \quad (16)$$

式(16)中:

$$FRF_1 = \frac{N_{0.95}}{N_1}$$

$$FRF_2 = \frac{N_{0.95}}{N_2}$$

注:公式(10)、(12)、(13)、(15)给出了利用  $R(t)$ 、 $R(N)$  计算  $\bar{\lambda}(t)$ 、 $\bar{\lambda}(N)$  的理论公式,其中  $R(t)$ 、 $R(N)$  可利用计算功能函数可靠度的方法求解。

## 2.3 另一种平均失效率计算方法及公式的推导

当零件寿命分布为两参数威布尔分布时,现给出另一种不考虑疲劳可靠性系数的平均失效率计算公式。将式(2)代入式(13)可得:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{0-N}(N) &= \frac{-\ln R(N)}{N} = \frac{N^\alpha}{N\beta^\alpha} = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \\ \bar{\lambda}_{0-N}(N) &= \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \end{aligned} \quad (17)$$

将式(2)代入式(15)可得:

$$\bar{\lambda}_{1-2}(N) = \frac{N_2^\alpha - N_1^\alpha}{\beta^\alpha(N_2 - N_1)} \quad (18)$$

## 3 算例

由整体搭接壁板疲劳试验得到疲劳寿命,根据本文的推导公式计算结构不同可靠度寿命区间  $(0, N_R]$  内的平均失效率,验证本文方法的适用性和准确性。试验件选取机身壁板两长桁间区域的典型横向对接缝结构,蒙皮材料为 2E12-T3。试验件分为试验段和加载段两部分。试验件长约 660 mm,宽约 150 mm,中间为对接带板,试验件共 17 件,试验件几何结构形式如图 1 所示,结构真实图如图 2 所示。在 MTS 疲劳试验机上进行疲劳试验,加载最大应力为 90 MPa,应力比 0.06,波形为

正弦波,频率为 3 Hz,获得试件断裂寿命。利用肖维勒准则将肖维勒系数大于 2.17 的数据剔除,得到 15 组疲劳寿命有效数据,如表 3 所示。

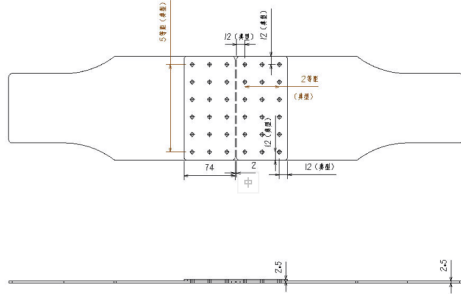


图 1 试验件几何结构形式图

Fig. 1 Geometrical structure diagram of test article

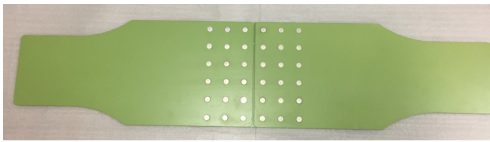


图 2 试验件真实结构图

Fig. 2 Real structure drawing of test article

表 3 整体搭接壁板结构疲劳试验寿命数据<sup>[19]</sup>

Table 3 fatigue life test data of integral lap panel structure<sup>[19]</sup>

试验件编号	N(断裂寿命)	净截面应力峰值/MPa	$\frac{ N_i - \bar{x} }{s}$	判断结果 ( $\max)_n = 2.17$
01	121 309	90	0.671 679	保留
02	119 630	90	0.686 890	保留
03	122 434	90	0.661 487	保留
04	436 522	90	2.184 004	剔除
05	177 565	90	0.162 026	保留
06	127 854	90	0.612 385	保留
07	138 869	90	0.512 594	保留
08	149 507	90	0.416 218	保留
09	176 216	90	0.174 247	保留
10	210 406	90	0.135 498	保留
11	108 580	90	0.786 998	保留
12	189 242	90	0.056 238	保留
13	121 834	90	0.666 923	保留
14	122 864	90	0.657 592	保留
15	168 905	90	0.240 482	保留
16	469 580	90	2.483 494	剔除
17	361 326	90	1.502 763	保留

### 3.1 根据试验数据计算平均失效率及误差分析

假定该结构疲劳寿命服从双参数威布尔分布,根据试验寿命数据和参数估计公式进行参数

估计,并计算平均失效率。由试验数据得到均值和对数寿命变异系数分别为

$$u_{s(t)} = 161102.7333$$

$$v_{s(t)} = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{0.135406}{5.184372} = 0.026118$$

根据两参数威布尔分布参数估计公式<sup>[20]</sup>,即:

$$V_{s(t)} = [\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{\alpha})]^{\frac{1}{2}} / \Gamma(1 + \frac{1}{\alpha}) \quad (19)$$

$$\mu_{s(t)} = \beta \Gamma(1 + \frac{1}{\alpha}) \quad (20)$$

得到的两参数威布尔分布参数  $\hat{\alpha}$  和  $\hat{\beta}$  的估计值分别为:  $\hat{\alpha} = 2$  和  $\hat{\beta} = 181\ 791$ 。用此参数进行结构件疲劳寿命累积失效概率分布曲线的拟合(图中蓝色点为样本数据点),如图 3 所示,并给出不同可靠度下的可靠度寿命,如表 4 所示。

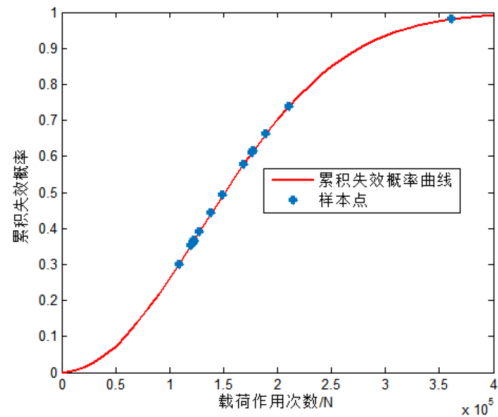


图 3 整体搭接壁板结构疲劳寿命分布曲线

Fig. 3 Fatigue life distribution curve of integral lap panel structure

表 4 根据试验数据给出结构不同可靠度下的可靠度寿命

Table 4 The reliability life of structure under different reliability based on the test data

可靠度值	可靠度寿命	可靠度值	可靠度寿命
0.99	17 800	0.5	151 400
0.95	41 100	0.1	276 600

取置信度为  $1 - \alpha = 90\%$ ,则显著性水平  $\alpha = 0.1$ 。采用文献<sup>[21]</sup>中的方法知,两个参数 90% 置信度下的区间估计为  $[W1\hat{\alpha}, W2\hat{\alpha}]$ 。其中:

$$W1 = \left(\frac{K1}{rc}\right)^{\frac{1}{(1+q)^2}}, W2 = \left(\frac{K2}{rc}\right)^{\frac{1}{(1+q)^2}} \quad (21)$$

$$q = r/n = 15/15 = 1 \quad (22)$$

$$K1 = \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2 [c \cdot (r - 1)] = 4.575 \quad (23)$$

$$K2 = \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 [c \cdot (r - 1)] = 19.675 \quad (24)$$

最后得到  $W1=0.78947$ ,  $W2=1.13688$ 。则在置信度为 90% 时, 参数  $\alpha$  的置信区间为得的区间估计为  $[1.57894, 2.27376]$ 。同时根据文献中方法, 得到  $\beta$  置信度为 90% 时的区间估计为  $[141887.8755, 232928.8083]$ 。

基于本文所提方法, 利用零件可靠度  $R(N)$ , 可计算得到工作时间  $(0, N_R]$  内的平均失效率。

(1) 计算结构在  $(0, N_{99}]$  时的平均失效率:

$$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N_{99}} = \frac{-\ln 0.99}{17800} = 5.65 \times 10^{-7}$$

(2) 计算结构在  $(0, N_{95}]$  时的平均失效率:

$$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N_{95}} = \frac{-\ln 0.95}{41100} = 1.25 \times 10^{-6}$$

(3) 计算结构在  $(0, N_{50}]$  时的平均失效率:

$$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N_{50}} = \frac{-\ln 0.5}{151400} = 4.58 \times 10^{-6}$$

(4) 计算结构在  $(0, N_{10}]$  时的平均失效率:

$$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N_{10}} = \frac{-\ln 0.1}{276600} = 8.32 \times 10^{-6}$$

由公式 (4)  $\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt$  和公式 (7)

$$\lambda(N) = \frac{f(N)}{R(N)} = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{N}{\beta} \right)^{\alpha-1} \quad \text{计算工作时间}$$

$(0, N_{99}]$ 、 $(0, N_{95}]$ 、 $(0, N_{50}]$ 、 $(0, N_{10}]$  内平均失效率的积分值。由公式 (17)  $\bar{\lambda}_{0-N}(N) = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}}$  分别计算工

作时间  $(0, N_{99}]$ 、 $(0, N_{95}]$ 、 $(0, N_{50}]$ 、 $(0, N_{10}]$  内结构的平均失效率。表 5 给出了不同平均失效率计算方法计算值与传统积分方法计算值的相对误差, 相对误差计算公式为

$$er = \frac{\text{新方法值} - \text{积分值}}{\text{积分值}} \times 100\%$$

表 5 两种不同平均失效率计算方法计算值与传统积分方法计算值及相对误差

Table 5 The average failure rate calculated by two different methods and the traditional integral method and their relative errors

载荷作用次数	$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt$	$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N}$	误差 $er_1/\%$	$\bar{\lambda}_{0-N}(N) = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}}$	误差 $er_2/\%$
$N_{99}$	$5.39 \times 10^{-7}$	$5.65 \times 10^{-7}$	4.8	$5.39 \times 10^{-7}$	0
$N_{95}$	$1.24 \times 10^{-6}$	$1.25 \times 10^{-6}$	0.81	$1.24 \times 10^{-6}$	0
$N_{50}$	$4.58 \times 10^{-6}$	$4.58 \times 10^{-6}$	0	$4.58 \times 10^{-6}$	0
$N_{10}$	$8.37 \times 10^{-6}$	$8.32 \times 10^{-6}$	0.6	$8.37 \times 10^{-6}$	0

从表 5 可以看出: 文中提出的两种新的平均失效率计算方法与传统的积分方法的计算误差非常小(不到 5%), 其中第二种方法计算结果和积分法计算结果完全一致(相对误差为 0%)。由此可以看出, 对于疲劳寿命分布为两参数威布尔分布的结构零件, 可以利用本文中提出的方法进行平均失效率的计算, 且具有方便, 简单, 高度准确性的特点。

### 3.2 根据手册参数值计算平均失效率及误差分析

假定该结构疲劳寿命服从双参数威布尔分布, 手册 [13] 中认为对所有铝合金材料, 都有  $\alpha=4$ 。则由表 3 中的有效数据, 计算特征寿命  $\beta$  的最大似然估计值  $\hat{\beta}^{[22]}$  为

$$\hat{\beta} = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i^{\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}} = \left[ \frac{1}{15} \sum_{i=1}^n N_i^4 \right]^{\frac{1}{4}} = 202918$$

取置信度为  $1-\alpha=90\%$ , 则显著性水平  $\alpha=0.1$ , 根据文献 [21] 中方法, 得到  $\beta$  置信度为 90% 时的区间估计为:  $[158377.499, 259998.8334]$ 。

则得到该结构的失效概率密度函数:

$$f(N) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{N}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-(N/\beta)^{\alpha}} = \frac{4}{202918} \left( \frac{N}{202918} \right)^3 e^{-(N/202918)^4}$$

由公式 (2) 得到该结构的可靠性函数:

$$R(N) = e^{-(N/\beta)^{\alpha}} = e^{-(N/202918)^4}$$

拟合结构疲劳寿命累积失效概率分布曲线如图 4 所示(图中蓝色点为样本数据点)。由图 4 中的疲劳寿命累积失效概率分布曲线可计算出不同可靠度下的可靠度寿命, 如表 6 所示。

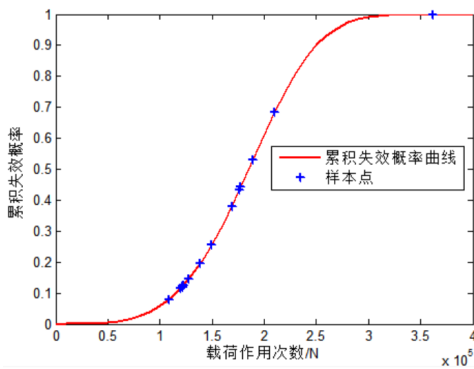


图4 整体搭接壁板结构疲劳寿命分布曲线  
Fig. 4 Fatigue life distribution curve of integral lap panel structure

表6 不同可靠度下的可靠度寿命  
Table 6 Reliability life under different reliability

可靠度值	可靠度寿命	可靠度值	可靠度寿命
0.99	64 310	0.5	185 200
0.95	96 610	0.1	250 100

基于本文所提方法,利用公式(13)和公式(17)分别计算工作时间  $(0, N_{99}]$ 、 $(0, N_{95}]$ 、 $(0, N_{50}]$  和  $(0, N_{10}]$  内的平均失效率,计算结果见表7。由公式(4)和公式(7)分布计算工作时间  $(0, N_{99}]$ 、 $(0, N_{95}]$ 、 $(0, N_{50}]$  和  $(0, N_{10}]$  内平均失效率的积分值。不同方法的计算结果和相对误差如表7所示。

表7 两种不同平均失效率计算方法计算值与传统积分方法计算值及相对误差

Table 7 The average failure rate calculated by two different methods and the traditional integral method and their relative errors

载荷作用次数	$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt$	$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N}$	误差 $er_1/\%$	$\bar{\lambda}_{0-N}(N) = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^\alpha}$	误差 $er_2/\%$
$N_{99}$	$1.57 \times 10^{-7}$	$1.56 \times 10^{-7}$	-0.64	$1.57 \times 10^{-7}$	0
$N_{95}$	$5.32 \times 10^{-7}$	$5.31 \times 10^{-7}$	-0.19	$5.32 \times 10^{-7}$	0
$N_{50}$	$3.75 \times 10^{-6}$	$3.74 \times 10^{-6}$	-0.27	$3.75 \times 10^{-6}$	0
$N_{10}$	$9.23 \times 10^{-6}$	$9.21 \times 10^{-6}$	-0.11	$9.23 \times 10^{-6}$	0

从表7可以看出:文中提出的两种新的平均失效率计算方法与传统的积分计算方法的计算误差非常小(不到1%),其中第二种方法计算结果和积分法计算结果完全一致(相对误差为0%)。由此可以看出,对于疲劳寿命分布为两参数威布尔分布的结构零件,可以利用本文中提出的方法进行平均失效率的计算,且具有方便,简单,高度准确性的特点。

### 3.3 不同参数取值对平均失效率结果影响分析

当机械产品寿命分布为两参数威布尔分布时,由平均失效率函数

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt = \frac{1}{N} \int_0^N \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1}$$

$$dt = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} = \frac{1}{N} \left( \frac{N}{\beta} \right)^\alpha$$

可知,参数  $\alpha$  和  $\beta$  对平均失效率的影响是指数级的,因此参数的取值不同时,计算结果将会随着载荷作用次数  $N$  的增加而增加,同时由于参数值的不同计算出的相同可靠度下的寿命也不同,最后计算出的平均失效率的结果将会呈现出较大的差异。表8给出了不同的参数取值方法计算的平均失效率的结果。表中  $N_R(1/2)$  的“1”表示根据参数估计公式(20)和(21)计算的可靠度寿命,“2”表示根据手册值给定  $\alpha = 4$  和最大似然估计值  $\hat{\beta} = 202\ 918$  计算的可靠度寿命。其中: $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 181\ 791, \alpha_2 = 4, \beta_2 = 202\ 918$ 。

表8 不同参数取值方法计算平均失效率结果分析

Table 8 Analysis of average failyre rate calculated by different parameter value methods

平均失效率	$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t) dt$			$\bar{\lambda} = \frac{-\ln R(N)}{N}$			$\bar{\lambda}_{0-N}(N) = \frac{N^{\alpha-1}}{\beta^\alpha}$		
参数取值	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$er_1/\%$	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$er_1/\%$	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$er_2/\%$
$N_{99}(1/2)$	$5.39 \times 10^{-7}$	$1.57 \times 10^{-7}$	-70.9	$5.65 \times 10^{-7}$	$1.56 \times 10^{-7}$	-72.4	$5.39 \times 10^{-7}$	$1.57 \times 10^{-7}$	-70.9
$N_{95}(1/2)$	$1.24 \times 10^{-6}$	$5.32 \times 10^{-6}$	-57.1	$1.25 \times 10^{-6}$	$5.31 \times 10^{-6}$	-57.5	$1.24 \times 10^{-6}$	$5.32 \times 10^{-6}$	-57.1
$N_{50}(1/2)$	$4.58 \times 10^{-6}$	$3.75 \times 10^{-6}$	-18.1	$4.58 \times 10^{-6}$	$3.74 \times 10^{-6}$	-18.3	$4.58 \times 10^{-6}$	$3.75 \times 10^{-6}$	-18.1
$N_{10}(1/2)$	$8.37 \times 10^{-6}$	$9.23 \times 10^{-6}$	10.63	$8.32 \times 10^{-6}$	$9.21 \times 10^{-6}$	10.7	$8.37 \times 10^{-6}$	$9.23 \times 10^{-6}$	10.63

由表 8 可知,同一组参数下,不同平均失效率计算公式计算结果误差不大(不到 5%);相同计算公式下,不同参数估计值,平均失效率计算结果存在一定的差异,但数量级一致,这说明了参数估计方法和结果对平均失效率的计算结果有一定的影响。

### 3.4 根据疲劳可靠性系数 FRF 计算平均失效率及结果分析

根据 2.2 节中由结构疲劳可靠性系数 FRF 计算整体搭接壁板结构平均失效率的计算方法,按照基于损伤容限思想的结构设计概念,取最小要求值  $FRF=1.0$ 。

基于试验数据计算的参数值:  $\alpha_1=2, \beta_1=181791$ , 利用公式 (14) 计算  $(0, N]$  内的平均失效率:

$$\bar{\lambda}(N) = \frac{-FRF^{-\alpha} \cdot \ln 0.95}{N}$$

根据表 4 给出的结构不同可靠度下的可靠度寿命,计算不同时间间隔  $(0, N_R]$  内疲劳可靠性系数和平均失效率如表 9 所示。

基于手册值,用最大似然估计方法估计特征寿命,则:  $\alpha_2=4, \beta_2=202918$ 。根据表 6 计算不同时间间隔  $(0, N_R]$  内疲劳可靠性系数和平均失效率如表 9 所示。

从表 9 可以看出:同一参数下,随着结构载荷作用次数的增加,结构疲劳可靠性系数逐渐降低,结合结构易于接近易于修理的特点,按照最小疲劳可靠性系数设计值  $FRF=1.0$  知:当载荷作用次数到  $N_{95}$  后,结构可靠度为  $R < 0.95$ ,  $\bar{\lambda}(N_R) > 1.25 \times 10^{-6}$  或  $\bar{\lambda}(N_R) > 5.31 \times 10^{-7}$ , 不满足结构高可靠度要求,就需要对结构进行检查或换修。

表 9 不同参数估计方法下根据公式 (14) 计算的 FRF 值和平均失效率

Table 9 FRF value and average failure rate calculated according to Formula (14) under different parameter estimation methods

可靠度值	0.99		0.95		0.5		0.1	
参数取值	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$	$\alpha_1, \beta_1$	$\alpha_2, \beta_2$
可靠度寿命	17 800	64 310	41 100	96 610	151 400	185 200	276 600	250 100
FRF	2.3	1.50	1.0	1.0	0.27	0.52	0.15	0.39
$\bar{\lambda}(N_R)$	$5.45 \times 10^{-7}$	$1.58 \times 10^{-7}$	$1.25 \times 10^{-6}$	$5.31 \times 10^{-7}$	$4.65 \times 10^{-6}$	$3.79 \times 10^{-6}$	$8.24 \times 10^{-6}$	$8.87 \times 10^{-6}$
$e_r$	-71%		-57.5%		-18.5%		-7.65%	

由表 9 可知,  $N_{95}(1)=41100$ , 此时结构在  $(0, N_{95}]$  时的平均失效率为:

$$\bar{\lambda}(N_R) = \frac{-FRF^{-2} \cdot \ln 0.95}{N_R} = \frac{-1.0^{-2} \cdot \ln 0.95}{N_{95}} = \frac{-\ln 0.95}{41100} = 1.25 \times 10^{-6}$$

$N_{95}(2)=96610$ , 此时结构在  $(0, N_{95}]$  时的平均失效率为:

$$\bar{\lambda}(N_R) = \frac{-FRF^{-4} \cdot \ln 0.95}{N_R} = \frac{-1.0^{-4} \cdot \ln 0.95}{N_{95}} = \frac{-\ln 0.95}{96610} = 5.31 \times 10^{-7}$$

说明当可靠度值取 0.95 时,利用试验数据得到的参数值计算得到的平均失效率与利用传统手册给定的参数值(手册给定  $\alpha$  值,  $\beta$  用最大似然估计求出)计算得到的平均失效率相对误差为:  $e_r = -57.5\%$ 。这是由于手册给定的特定材料参数  $\alpha$  值是根据大数据统计得出,铝合金材料不同成分

及成分元素比例不同,寿命分布参数也不完全一致,因此会有较大的误差。

综合以上几种平均失效率计算方法和结果分析知:(1)不同的寿命分布参数估计方法计算的可靠度寿命和平均失效率不尽相同,且存在较大的误差,这是可以预见的。因此,在有试验数据的情况下,应尽量使用试验数据对参数进行估计,以得到反映结构真实情况的参数。(2)若利用疲劳可靠性系数要求值  $FRF=1.0$  进行平均失效率计算和机械产品可靠性分析,其结果可对结构进行 FMECA 分析以及结构检查维修提供一定的依据和参考价值。

## 4 结 论

(1)文中所提的两种平均失效率计算方法与传统积分方法计算结果相对误差不到 5%,验证了新计算方法的高度准确性和可靠性,新方法可根



据不同寿命度量指标计算不同时间段机械产品的平均失效率,为之后机械产品的FMECA和制定相应的维修决策提供重要的数据和依据。

(2) 手册给定的寿命分布参数值与具体某结构的实际参数计算值有一定的差异。对于寿命分布为两参数威布尔分布的结构,不同的参数估计方法拟合的累积失效概率分布曲线和可靠度寿命均不相同,平均失效率计算结果也有一定的误差。因此,在有试验数据的情况下,应以试验数据进行参数估计,以此参数估计值开展结构的可靠性分析。

(3) 根据飞行器结构高可靠度高安全性的特点可知,疲劳可靠性系数FRF定义了结构最小可靠度寿命、可靠度和失效率控制范围要求。根据FRF要求值和文中所提公式可计算出结构的可靠度寿命和平均失效率,其结果为之后零件换修和FMECA提供一定的数据参考。

### 参考文献

- [1] 施剑玮. 民用飞机结构主要部件失效率研究[J]. 民用飞机设计与研究, 2017(4): 95-98.  
SHI Jianwei. A study of failure rate for major components of civil aircraft structures [J]. Civil Aircraft Design and Research, 2017(4): 95-98. (in Chinese)
- [2] 李沙金, 冯敬东. 深入理解失效率和瞬时失效率[J]. 电子产品可靠性和环境试验, 2013, 31(2): 41-48.  
LI Shajin, FENG Jingdong. In-depth understanding of failure rate and instantaneous failure rate[J]. Reliability and Environmental Testing of Electronic Products, 2013, 31(2): 41-48. (in Chinese)
- [3] 张德晶, 冯兴乐, 王孟婕. 深入理解失效率和返修率[J]. 计算机与数据工程, 2019, 47(7): 1827-1830.  
ZHANG Dejing, FENG Xingle, WANG Mengjie. Deep understanding of inefficiencies and recovery rates[J]. Computer and Digital Engineering, 2019, 47(7): 1827-1830. (in Chinese)
- [4] 王正. 基于四要素的机械零部件失效率计算模型[J]. 中国机械工程, 2011, 22(12): 1472-1476.  
WANG Zheng. Failure rate model of mechanical components based on four elements [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(12): 1472-1476. (in Chinese)
- [5] 董海平, 万里勇, 杨阳, 等. 航空发动机MTBF的Bayes评估[J]. 航空动力学报, 2017, 32(8): 1978-1983.  
DONG Haiping, WAN Liyong, YANG Yang, et al. Bayesian assessment on MTBF of aero-engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(8): 1978-1983. (in Chinese)
- [6] 杨可, 赵长啸. 民用飞机安全性分析中单点失效MTBF的算法[J]. 中国民航大学学报, 2016, 34(4): 11-15.  
YANG Ke, ZHAO Changxiao. Single failure MTBF analysis on aircraft safety assessment [J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2016, 34(4): 11-15. (in Chinese)
- [7] ZHANG Xuemei, PHAM H. Software field failure rate prediction before software deployment [J]. The Journal of Systems and Software, 2006, 79(3): 291-300.
- [8] TOSCANO R, LYONNET P. On-line reliability prediction via dynamic failure rate model [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(3): 452-457.
- [9] YANG Haisheng, QIAO Ping, WOLCOTT M P. Flexural fatigue and reliability analysis of wood flour/high-density polyethylene composites [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2010, 29(9): 1295-1310
- [10] 王学敏, 谢里阳, 周金字. 共因失效率的不确定性评估 [J]. 航空学报, 2005(4): 446-449.  
WANG Xuemin, XIE Liyang, ZHOU Jinyu. Uncertainty quantification of common cause failure rates [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005(4): 446-449. (in Chinese)
- [11] 王正, 康锐, 谢里阳. 随机载荷多次作用下的零件失效率计算模型 [J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(4): 407-410.  
WANG Zheng, KANG Rui, XIE Liyang. Failure rate model of components under random repeated load [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(4): 407-410. (in Chinese)
- [12] 雷春霞. 两种可靠性加速测试方法及失效率评估与预测 [J]. 电子质量, 2020(11): 44-47.  
LEI Chunxia. Two reliability accelerated testing methods and evaluation and prediction of failure rate [J]. Electronic Quality, 2020(11): 44-47. (in Chinese)
- [13] 诸德培. 飞机结构的可靠性和完整性 [J]. 航空学报, 1986(6): 521-530.  
ZHU Depei. The reliability and the integrity of aircraft structures [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1986(6): 521-530. (in Chinese)
- [14] 郑晓玲. 民用飞机结构耐久性与损伤容限设计手册(上册) [M]. 北京: 航空工业出版社, 2003.  
ZHENG Xiaoling. Civil aircraft structure durability and damage tolerance design manual (Volume 1) [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [15] 姜兴渭, 宋政吉, 王晓晨. 可靠性工程技术 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005: 15-30.  
JIANG Xingwei, SONG Zhengji, WANG Xiaochen. Reliability engineering technology [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2005: 15-30. (in Chinese)
- [16] 王正, 王增全, 谢里阳. 具有“浴盆”型失效率变化规律的产品寿命概率分布模型 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(24): 193-200.  
WANG Zheng, WANG Zengquan, XIE Liyang. Life prob-

- ability distribution model of products with the bathtub-shaped failure rate changing rule[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(24): 193-200. (in Chinese)
- [17] 张洪才,陈举华. 机械产品的平均剩余寿命及其相关失效率特性分析[J]. 现代机械, 2000(4): 21-22.  
ZHANG Hongcai, CHEN Juhua. Analysis of average residual life of mechanical products and related failure rate characteristics[J]. Modern Machinery, 2000(4): 21-22. (in Chinese)
- [18] 陈迺璞,邓筱玲. 产品可靠性计算中失效率的应用[J]. 机械制造, 1982(7): 27-29.  
Chen Qiupu, DENG Xiaoling. Application of failure rate in product reliability calculation[J]. Machinery Manufacturing, 1982(7): 27-29. (in Chinese)
- [19] 中华人民共和国航空工业部. 材料疲劳试验统计分析方法标准: HB/Z 112-1986[S]. 北京: 中华人民共和国航空工业部, 1986.  
Ministry of Aviation Industry of PRC. Method of statistical analysis of the material fatigue specimen: HB/Z 112-1986 [S]. Beijing: Ministry of Aviation Industry of PRC, 1986. (in Chinese)
- [20] HAHN G J, SHAPIRO S S. Statistical model in engineering [M]. USA: John Wiley and Sons, Inc., 1967.
- [21] 顾国梁,王景芹. 失效数据的威布尔分布建模与参数估计方法[J]. 河北工业大学学报. 2015, 44(3): 7-16.  
GU Guoliang, WANG Jingqin. Weibull modeling and parameter estimation method of failure data[J]. Journal of Hebei University of technology. 2015, 44 (3): 7-16. (in Chinese)
- [22] 朱丽梅,姜永,黄雪,等. 概率论与数理统计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 138-146.  
ZHU Limei, JIANG Yong, HUANG Xue, et al. Probability theory and mathematical statistics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014: 138-146. (in Chinese)

#### 作者简介:

火建卫(1974—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:可靠性设计、分析等。

张亚丹(1997—),女,硕士研究生。主要研究方向:可靠性设计与分析。

谢伟(1978—),男,博士,副教授。主要研究方向:可靠性设计与分析,计算力学,结构损伤容限性能分析等。

冯威(1991—),男,博士后。主要研究方向:可靠性设计、分析等。

(编辑:马文静)